

Khi đó: $|z - z_1| + |z - z_2| = k \Leftrightarrow MM_1 + MM_2 = k \Leftrightarrow M \in (E)$ nhận M_1, M_2 làm tiêu điểm và có độ dài trực lớn $2a = k$.

Đặc biệt: $|z + c| + |z - c| = 2a \Rightarrow (E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b = \sqrt{a^2 - c^2} \Rightarrow \begin{cases} \max P = a = \frac{k}{2} \\ \min P = b = \frac{\sqrt{k^2 - 4c^2}}{2} \end{cases}$.

Dạng 4. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = m + ni$ và $|z_1 - z_2| = p > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$.

Áp dụng công thức: $\max P = \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}$.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Tìm số phức, số phức liên hợp, phần thực, phần ảo, môđun của một số phức

Bài	Nội dung	Kết quả
1	Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z .	Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2
2	Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2 - 6i$. Tìm môđun của số phức z	$z = 2 + 3i$, $ z = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
3	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z - i\bar{z} = 2 + 5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .	Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 4
4	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3z - \bar{z})(1+i) - 5z = 8i - 1$. Tìm môđun của số phức z	$z = 3 - 2i$, $ z = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$
5	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + 3(1-i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tìm môđun của số phức z	$z = 2 + 3i$, $ z = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
6	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z + (2+i)\bar{z} = 3 + 5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .	Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3
7	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = (1+z)\bar{z}$	$z = 1+i$, $w = 3-i$ Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -1
8	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$. Tính môđun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$	$z = i$, $w = -1 + 3i$ $ w = \sqrt{10}$
9	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7 + 8i$. Tính môđun của số phức $w = z + 1 + i$	$z = 3 + 2i$, $w = 4 + 3i$ $ w = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
10	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{5(\bar{z} + i)}{z + 1} = 2 - i$. Tính môđun của số phức $w = 1 + z + z^2$	$z = 1 + i$, $w = 2 + 3i$ $ w = 2 + 3i = \sqrt{13}$
11	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$. Tính môđun của số phức z	$z = 4 + 3i$, $ z = 5$
12	Tìm số phức z , biết $z - (2+3i)\bar{z} = 1 - 9i$	$z = 2 - i$
13	Tìm số phức z , biết $\bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$	$z = -1 - i\sqrt{3}$ hoặc $z = 2 - i\sqrt{3}$

14	Tìm phần thực, phần ảo của số phức $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i} \right)^3$	$z = 2 + 2i$. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng 2
15	Tìm tất cả các số phức z, biết $z^2 = z ^2 + \bar{z}$	$z = 0$ hoặc $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ hoặc $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
16	Tìm môđun của số phức z, biết $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$	$z = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}i, z = \frac{\sqrt{2}}{3}$
17	Cho số phức z thỏa mãn $(2-3i)z + (4+i)\bar{z} = -(1+3i)^2$. Tìm phần thực và phần ảo của z.	$z = -2 + 5i$. Phần thực bằng -2, phần ảo bằng 5
18	Tìm số phức z, biết $ z = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo	Các số phức z cần tìm là $1+i; 1-i; -1+i; -1-i$
19	Tìm phần thực, phần ảo của số phức z, biết $\bar{z} = (\sqrt{2}+i)^2 (1-\sqrt{2}i)$	$z = 5 - \sqrt{2}i$. Phần thực bằng 5, phần ảo bằng $-\sqrt{2}$
20	Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm môđun của số phức $w = \bar{z} + iz$	$z = -4 + 4i, w = -8 - 8i$ $ w = \bar{z} + iz = 8\sqrt{2}$
21	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)^2 (2-i)z = 8+i + (1+2i)z$. Tìm phần thực và phần ảo của z.	$z = 2 - 3i$. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3
22	Tìm số phức z thỏa mãn: $ z - (2+i) = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$	$z = 3 + 4i$ hoặc $z = 5$
23	Tìm số phức z và tính môđun của z, biết $(3+i)\bar{z} + (1+i)(2-i) = 5 - i$	$z = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i, z = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
24	a) Tìm phần thực, phần ảo của số phức z, biết $\bar{z} + (2-i)z = (5+3i)z + 1$ b) Tìm phần thực, phần ảo và môđun của $z_3 = z_1 \cdot z_2$ với $z_1 = 3 - 4i, z_2 = -1 + i$	a) $z = -\frac{1}{6} + \frac{1}{6}i$. Phần thực bằng $-\frac{1}{6}$, phần ảo bằng $\frac{1}{6}$ b) $z_3 = (-1+i)(3-4i) = 11 - 7i$
25	Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $z - (1+i)\bar{z} = (1-2i)^2$. Tìm phần thực và phần ảo của z.	$z = 10 + 3i$. Phần thực bằng 10, phần ảo bằng 3
26	Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(1-i)z + (2+i)\bar{z} = 4+i$. Tính môđun của z	$z = 2-i, z = \sqrt{5}$
27	a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của $w = 1 + z^2 + \bar{z}$ b) Tìm môđun của $w = zi - 2\bar{z}$, biết $(3z - \bar{z})(1+i) - 5z = 8i - 1$	a) $w = 9 - 10i$. Phần thực là 9 và phần ảo là -10 b) $ w = \sqrt{17}$
28	Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2 - 6i$. Tính môđun của số phức $w = 2z - i\bar{z} + 1$	$ w = 2\sqrt{5}$
29	Cho số phức z thỏa mãn $ z + z = 3 + 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của z	$z = -\frac{7}{6} + 4i$. Phần thực

		là $-\frac{7}{6}$ và phần ảo là 4
30	Tìm số phức z thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} z - 2i = z \\ z - i = z - 1 \end{cases}$	$z = 1 + i$
31	Với những giá trị thực nào của x và y thì các số phức $z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi^5$ và $z_2 = 8y^2 + 20i^{11}$ là liên hợp của nhau?	$(-2; 2)$ và $(-2; -2)$.
32	Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức z ; iz và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Tính модун của số phức z . HD Giải Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ nên $iz = ai - b$, $z + iz = a + bi - b + ai = a - b + (a + b)i$ Ta gọi $A(a, b)$, $B(-b, a)$, $C(a - b, a + b)$ nên $\overrightarrow{AB}(-b - a, a - b)$, $\overrightarrow{AC}(-b, a)$ $S = \frac{1}{2} \left \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \right = \frac{1}{2} -a^2 - b^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} (a^2 + b^2) = 18 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 6$.	$ z = \sqrt{a^2 + b^2} = 6$

Dạng 2. Nhìn vào hệ tọa độ Oxy xác định tọa độ của điểm biểu diễn số phức

1	Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3 - i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào ở hình bên dưới?	Điểm Q
2	Cho số phức z thỏa mãn $iz = 5 - 2i$. Hỏi điểm biểu diễn của \bar{z} là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?	Điểm N
3	Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .	Phần thực là 3 và phần ảo là -4